Propunător: Narcisa Daniela Ștefănescu
**Inspectoratul Școlar Județean Suceava**

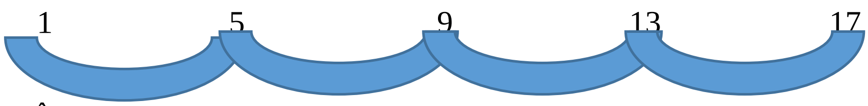
# Săptămâna 21: Progresii

**Conținuturi:**

- Progresii aritmetice
- Progresii geometrice
- Aplicații practice
- Aplicații propuse spre rezolvare

## Progresii aritmetice

Vom scrie un șir de numere, să fim atenți la diferența dintre doi termeni consecutivi ai șirului:




În cazul acesta diferența dintre 2 numere consecutive este 4. Dacă ar fi să generalizăm, putem nota:

- $a_{n+1}$ – al n+1-lea termen din șir
- $a_n$ – al n-lea termen din șir
- r – diferența dintre cei doi termeni

Un şir de numere în care fiecare termen începând cu al doilea se obţine din cel precedent lui prin adăugarea aceluiaşi număr (nenul) se numeşte progresie aritmetică

Atunci:

(uff – Definiție matematică): Șirul $(a_n)$ se numește **progresie aritmetică de rație r**, dacă avem îndeplinită condiția: $a_{n+1} = a_n + r$, pentru orice n>1.

E un mod elegant de a spune că dacă facem diferența dintre 2 termeni consecutivi din șir, întotdeauna vom obține valoarea r.

Putem să ne folosim de alte lucruri interesante de la matematică:

Dacă a, b, c sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Formula termenului general al unei progresii aritmetice:

$a_n = a_1 + (n-1)*r$, unde n este un număr >1.

Suma primilor n termeni ai șirului unei progresii aritmetice:

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + .... + a_n = (a_1+a_n)*n/2$

Exercițiu: Fie progresia aritmetică formată din termenii: 1, 5 , 9, ..., 2013. Să se calculeze suma acestor termeni. O progresie este cunoscută, dacă cunoaștem r. Se observă că r = 4. Trebuie să calculăm ce număr de ordine are termenul 2013.

2013 = 1 +(n-1)*4

(2013 -1) =(n-1)*4, deci n-1 = 2012/4. Vom calcula și n=504

De aici e ușor să înlocuim în formula sumei.

## Aplicație practică

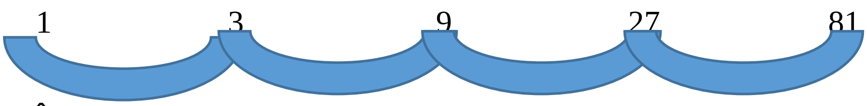
Se citeşte de la tastatură un vector de numere întregi. Să se afişeze dacă numerele sunt în progresie aritmetică sau nu.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n,i,v[200],ok;
    cout<<"n:"; cin>>n;
    for(i=0; i<n; i++)   {
              cout<<”a[”<<i<<”]=”;
              cin>>a[i];}

    r = a[1]- a[0];
    ok = 1; //presupunem ca termenii sunt in progresie aritmetica
    i=2;
    while(i<=n-1 && ok)
        if (a[i] - a[i-1]!=r)
          ok=0;
        else
          i++;
    if(ok)
      cout<<”Sirul este in progresie”;
    else
      cout<<”Sirul nu este in progresie”;
    return 0;
}
```

## Progresii geometrice

Vom scrie un șir de numere, să fim atenți la câtul dintre doi termeni consecutivi ai șirului:




În cazul acesta câtul dintre 2 numere consecutive este 3. Dacă ar fi să generalizăm, putem nota:

- $b_{n+1}$ – al n+1-lea termen din șir
- $b_n$ – al n-lea termen din șir
- q – câtul dintre cei doi termeni

Un şir de numere în care fiecare termen începând cu al doilea se obţine din cel precedent lui prin înmulțirea cu același număr (nenul) se numeşte progresie geometrică.

Atunci:

Șirul ($a_n$) se numește **progresie geometrică de rație r**, dacă avem îndeplinită condiția: $b_{n+1} = b_n$*q, pentru orice n>1.

E un mod elegant de a spune că dacă facem câtul dintre 2 termeni consecutivi din șir, întotdeauna vom obține valoarea q.

Putem să ne folosim de alte lucruri interesante de la matematică:

Dacă a, b, c sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice, atunci:
$b = \sqrt{a * c}$ sau $b^2 = a*c$

Formula termenului general al unei progresii geometrice:
$b_n = b_1 * q^{n-1}$, unde n este un număr >1.

Suma primilor n termeni ai şirului unei progresii aritmetice:

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + .... + b_n = \begin{cases} b_1 \frac{q^n - 1}{q-1}, unde\ q \neq 1 \\ nb_1, pentru\ q = 1 \end{cases}$$

## Aplicație propusă spre rezolvare


### Pregresie (varena)

Cu toţii ştim ce e un triplet (o pereche de 3 numere). Un triplet (x, y, z) se numeşte progresie aritmetică dacă y - x = z - y. Se dau 3 numere a, b, c. Aveţi dreptul la o operaţie de transformare a tripletului, şi anume: alegeţi unul din cele 3 numere şi îi creşteţi valoarea cu un număr r sau o micşoraţi cu r.

Gigel vă oferă un suc dacă reuşiţi să găsiţi un număr r >= 0 (nu neapărat întreg) minim, astfel încât să transformaţi tripletul (a, b, c) într-o progresie aritmetică. Pentru că Gigel este un băiat curios, acesta vă pune T triplete la dispoziţie şi are încredere în voi că veţi răspunde pentru fiecare triplet în parte corect.

**Date de intrare**: Fişierul de intrare **progresie.in** va conţine pe prima linie un număr natural T. Următoarele T linii conţin fiecare câte 3 numere naturale a, b, c.

**Date de ieșire**: În fişierul de ieşire **progresie.out** se vor afla T linii, pe fiecare linie aflându-se un număr r, reprezentând răspunsul la fiecare întrebare a lui Gigel.**Restricții**: numărul dat în fișierul de intrare are cel mult 5 cifre

**Restricții:**

- $1 \leq T \leq 20$
- $0 \leq a \leq 1000$
- $0 \leq b \leq 1000$
- $0 \leq c \leq 1000$

| progresie.in | progresie.out | Explicații |
|---|---|---|
| 4<br>0 1 2<br>0 2 1<br>3 2 1<br>4 4 8 | 0.0<br>1.5<br>0.0<br>2.0 | **Explicaţie**<br>1) (0, 1, 2) este deja progresie aritmetică (1 - 0 = 2 - 1)<br>2) (0, 1, 2) este progresie aritmetică, dar Gigel nu vă lasă să rearanjaţi numerele. Alegem r = 1.5 şi scădem din b, obţinând din tripletul (0, 2, 1) pe (0, 0.5, 1). |